

## PEMAHAMAN KONSEP MATEMATIS DAN REPRESENTASI DALAM PENGAJARAN MATEMATIKA

**Novi Tari Simbolon**

Universitas Quality Berastagi  
email : novitari\_simbolon@yahoo.co.id

### ABSTRAK

Representasi adalah bentuk interpretasi pemikiran siswa terhadap pemahaman konsep suatu masalah yang digunakan sebagai alat bantu untuk menemukan solusi dari masalah tersebut. Bentuk interpretasi siswa dapat berupa kata-kata atau verbal, tulisan, gambar, tabel, grafik, benda konkrit, symbol matematika dan Lain-lain . Kemampuan representasi matematis merupakan salah satu tujuan umum dari pembelajaran matematika di sekolah. Kemampuan ini sangat penting bagi siswa dan erat kaitannya dengan kemampuan komunikasi dan pemecahan masalah serta pemahaman konsep suatu materi pembelajaran. Untuk dapat mengkomunikasikan sesuatu, seseorang representasi baik berupa gambar, grafik, diagram, maupun bentuk representasi lainnya. Dengan representasi, masalah yang semula terlihat sulit dan rumit dapat di lihat dengan lebih mudah dan sederhana, sehingga masalah yang disajikan dapat dipecahkan dengan lebih mudah. Penilaian pada aspek pemahaman konsep bertujuan untuk mengetahui sejauhmana kemampuan siswa menerima dan memahami konsep dasar matematika yang telah diterima siswa dalam pembelajaran. Jadi, pemahaman konsep sangat penting, karena dengan menguasai konsep akan memudahkan siswa dalam belajar matematika.

**Kata kunci : Representasi, Kemampuan representasi siswa,  
Pemahaman konsep matematis**

### ABSTRACT

*The inclusion of representation as a standard component of the process in Principles and Standards for School Mathematics in addition to problem solving, reasoning, communication, and connection skills is reasonable because to think mathematics and communicate mathematical ideas one needs to represent it in various forms of mathematical representation. Besides, it can not be denied that objects in mathematics are all abstract so that to learn and understand abstract ideas that would require a representation. Representation occurs through two stages, namely internal representation and external representation. Examples of external representations include: verbal, drawing and concrete objects. Thinking of a mathematical idea that allows a person's mind to work on the basis of the idea is an internal representation. A mathematical problem posed to the student and the student can solve it, so at least the student understands the problem, so that students can plan the settlement, perform the calculations appropriately, and be able to check or review what has been processed correctly. The smoothness and flexibility of students in constructing representations is largely lacking. This is evident from at least the structured algebraic form, as well as the way in which most representations are found very little. In addition, the quantitative scores of respondents in the representation are still in the low category with a moderate tendency.*

**Keywords: Representation, Ability of student representation, understanding of mathematical concepts**

## **PENDAHULUAN**

Dalam belajar matematika, representasi merupakan dasar atau pondasi bagaimana seorang siswa dapat memahami dan menggunakan ide-ide matematika. Beberapa bentuk representasi, seperti diagram, grafik, ekspresi, dan simbol yang dikatakan di atas pada hakekatnya merupakan bagian aktivitas yang panjang dari matematika sekolah. Seperti yang dikemukakan oleh Hwang, dkk. (2007) bahwa ketika menyelesaikan masalah aplikasi matematika, siswa perlu mengamati dan menemukan pola-pola khusus yang ada di dalam masalah tersebut. Yakni, siswa perlu untuk memformulasi masalah tersebut menjadi bentuk masalah matematika yang abstrak atau model matematika. Dalam proses mem-formulasi inilah, siswa harus mempunyai keterampilan representasi ganda (multiple representation) untuk mengartikulasi masalah yang sama dalam bentuk atau pandangan yang berbeda. Sayangnya, representasi - representasi tersebut sering dipikir dan dipelajari bentuk akhirnya. Akibatnya, seringkali siswa beranggapan bahwa representasi dari suatu masalah, khususnya aljabar, adalah unik atau tunggal, serta tidak memaknainya. Siswa kesulitan memaknai bentuk-bentuk yang saling ekuivalen, misalnya, mengapa  $x^2 + 4x - 5$  dapat ditulis dalam bentuk  $(x - 1)(x + 5)$  atau  $x(x + 4) - 5$  atau dalam bentuk lainnya. Representasi seharusnya diberikan sebagai sesuatu yang esensial dalam upaya mendukung pemahaman konsep dan pengaitan matematika, dalam komunikasi matematika, argumentasi, dan pemahaman konsep itu sendiri dan kaitan dengan yang lainnya, pengaturan koneksi antar konsep matematika, serta aplikasi konsep matematika dalam kehidupan sehari-hari melalui pemodelan. Hal tersebut diakibatkan oleh proses pembelajaran matematika yang didesain

guru deduktif (penyampaian rumus, aturan, atau dalil matematika secara langsung) tanpa diawali oleh proses induktif, atau tanpa pemberian konteks yang berkaitan dengan aturan-aturan matematika yang diajarkan. Siswa tidak mempunyai kesempatan untuk menyusun representasi individualnya dari masalah (materi) yang sedang dipelajarinya. Sangat mungkin representasi siswa mungkin berbeda satu dengan yang lainnya. Dari perbedaan inilah siswa mempunyai pengalaman dan pemahaman bahwa representasi dari suatu masalah sangatlah beragam.

Dari pernyataan di atas, setiap orang mempunyai representasi yang mungkin sama dan mungkin juga berbeda dengan orang lain. Keragaman representasi yang dihasilkan dalam pembelajaran matematika akan memberikan pemahaman kepada siswa bahwa bentuk representasi matematika tidaklah unik, selain itu siswa akan memahami bentuk-bentuk representasi yang ekuivalen. Menarik untuk mengkaji dan meneliti bagaimana bentuk-bentuk representasi yang dihasilkan oleh siswa di sekolah dasar. Mengapa di sekolah dasar? Jika siswa di sekolah dasar telah mampu mengkonstruksi representasi secara individual dan juga memahami bahwa representasi mungkin tidak tunggal, maka akan memberi pondasi yang baik dalam belajar matematika lebih lanjut.

Kemampuan representasi matematis merupakan salahsatu tujuan umum dari pembelajaran matematika di sekolah. Kemampuan ini sangat penting bagi siswa dan erat kaitannya dengan kemampuan komunikasi dan pemecahan masalah. Untuk dapat mengkomunikasikan sesuatu, seseorang representasi baik berupa gambar, grafik, diagram, maupun bentuk representasi lainnya. Dengan representasi, masalah yang semula terlihat sulit dan rumit dapat di lihat

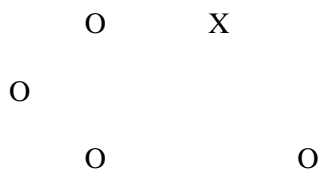
dengan lebih mudah dan sederhana, sehingga masalah yang disajikan dapat dipecahkan dengan lebih mudah.

Representasi matematis merupakan suatu hal yang selalu muncul ketika orang mempelajari matematika pada semua tingkatan pendidikan, maka dipandang bahwa kemampuan representasi matematis merupakan suatu komponen yang layak mendapat perhatian serius. Dengan demikian representasi matematis perlu mendapat penekanan dan dimunculkan dalam proses pengajaran matematika di sekolah. Oleh karena itu di dalam pembelajaran matematika, kemampuan mengungkapkan dan menyajikan kembali gagasan/ide matematis merupakan suatu hal yang harus dilakukan oleh setiap orang yang sedang belajar matematika.

Sehubungan dengan permasalahan di atas, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul “ **Pemahaman Konsep Matematis dan Representasi Dalam Pengajaran Matematika**”

#### **METODE PENELITIAN**

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah kuasi eksperimen dengan desain nonequivalentcontrol group design. Desain ini digambarkan seperti berikut.



Keterangan:

O : Tes

X : Perlakuan (pembelajaran matematika dengan metode penemuan terbimbing) Penelitian ini selain terdiri dari variabel bebas dan variabel terikat, juga terdiri dari variabel kontrol. Variabel kontrolnya

yaitu kemampuan awal matematis.

Dua kelas ditentukan secara purposif yaitu VIIIa dan VIIIb. Kelas VIIIa sebagai kelas kontrol ( kelas yang memperoleh pembelajaran konvensional) dan kelas VIIIb sebagai kelas eksperimen (kelas yang memperoleh pembelajaran menggunakan metode penemuan terbimbing).

#### **HASIL PEMBAHASAN**

##### **Bentuk-bentuk Representasi Siswa**

Sebelum membahas bentuk-bentuk representasi yang dibangun oleh siswa, berikut disajikan hasil secara deskriptif kuantitatif skor siswa. Skor siswa pada soal yang diberikan tidak terlalu baik, artinya skor siswa cenderung kearah sebelah kiri, yakni ke arah skor yang kurang. Temuan lain diperoleh bahwa skor ini berkorelasi sangat berarti dengan skor yang diperoleh pada jenis tes lainnya, yakni isian singkat dan uraian. Hal ini menunjukkan bahwa soal yang diberikan memiliki kevalidan yang cukup baik.

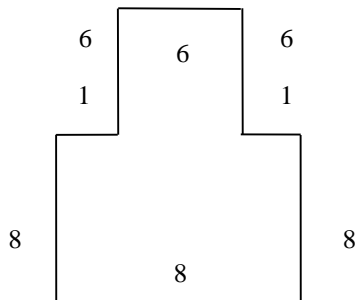
Dari hasil analisis terhadap jawaban siswa secara umum ditemukan bahwa bentuk representasi yang ditemukan sangatlah bervariasi. Bentuk-bentuk representasi yang dikonstruksi antara lain tabel, gambar, pola barisan, serta bentuk formal (penggunaan rumus). Temuan lain dari bentuk representasi ini adalah ada siswa yang mampu menyusun bentuk representasi dengan menggunakan proses bermatematika yang sangat baik. Mulai dari premis yang diambil dari masalah, kemudian menyusun tabel, kemudian menyusun bentuk representasi formalnya. Hasil ini terlihat dari contoh jawaban siswa berikut ini:

Persegi Kecil < Persegi Besar

Ruas kedua persegi merupakan bilangan kuadrat

Persegi Kecil	Persegi Panjang
1	1
4	4
9	9
16	16
25	25
36	36
49	49
64	64
81	81
100	100

Sisi persegi kecil =  $\sqrt{36} = 6$   
 Sisi persegi panjang =  $\sqrt{64} = 8$



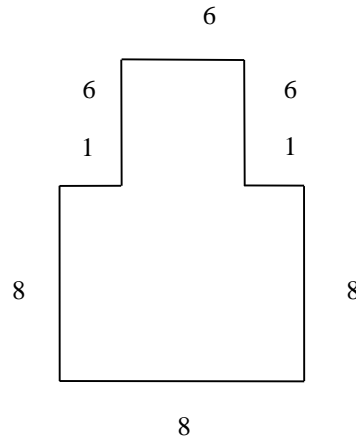
Jadi keliling bangun ini  
 $= (3 \times 8) + (3 \times 6) + (2 \times 1)$   
 $= 24 + 18 + 2$   
 $= 44$

**Gambar 1. Representasi dalam bentuk pola barisan dan gambar**

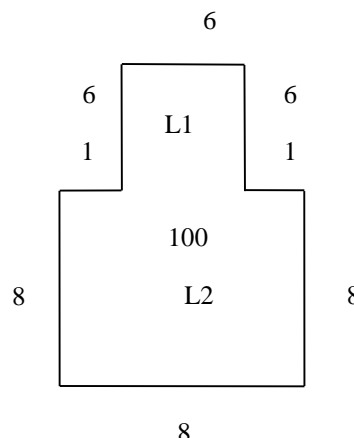
Representasi yang dibangun oleh siswa pada gambar di atas sudah baik, hal ini terlihat dari langkah awal yang dilakukan siswa, yakni *persegi kecil* lebih kecil dari *persegi besar*. Hal tersebut memberi dampak pada penyusunan tabel. Siswa memperoleh panduan bahwa jumlah luas daerah kedua persegi adalah 100 satuan luas yang memenuhi kondisi tersebut.

Bentuk representasi yang paling banyak digunakan dalam menyelesaikan permasalahan-an pertama adalah menggunakan media gambar

sebagai dasar tebakan sisi-sisi bangun yang diberikan. Contoh bentuk tersebut adalah sebagai berikut:



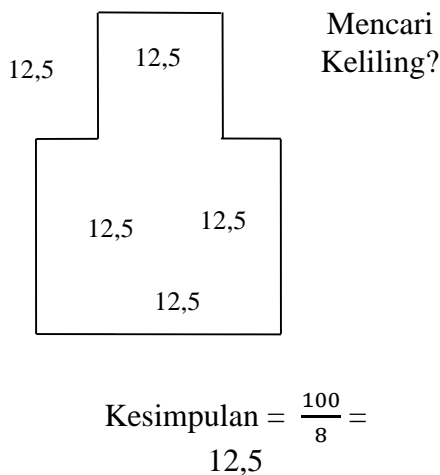
- Kemungkinan panjang persegi kecil adalah  $6 \times 6$  dan luasnya 36 satuan luas
- Kemungkinan panjang dari persegi besar adalah  $100 - 36 = 64$ , jadi panjang persegi besar sama dengan  $\sqrt{64} = 8$  satuan



$L1 = 6 \times 6 = 36$   
 $L2 = 8 \times 8 = 64$   
 $K = 1 + 8 + 8 + 8 + 1 + 6 + 6 + 6$   
 $= 44$

**Gambar 2.Representasi Gambar, Aturan/Rumus, dan bentuk pernyataan**

Pada soal yang tidak melibatkan generalisasi atau hanya melibatkan soal perhitungan, sebagian besar siswa menggunakan bentuk-bentuk informal. Hasil ini memberi gambaran bahwa kemampuan mereka tidak terlalu terikat dengan aturan atau rumus-rumus yang telah diperolehnya di sekolah. Dengan kata lain, kemampuan sebagian siswa dalam memecahkan suatu masalah melalui matematika telah cukup berkembang dengan baik. Sayangnya, masih banyak juga siswa terbelenggu dengan rumus-rumus yang penggunaannya kurang tepat. Seperti pada soal yang pertama, masih banyak siswa yang menghitung melalui penggunaan rumus keliling persegi, yakni  $K = 4S$ . Akibatnya hasil perhitungan mereka berlebih, karena bangun yang diberikan pada soal dihitung sebagai dua bangun (persegi). Kesalahan lainnya adalah menganggap bahwa kedua persegi mempunyai sisi yang sama panjang atau kedua bangun dianggap kongruen. Karena kedua persegi dianggap kongruen, maka luas masing-masing bangun adalah 50 satuan luas.



**Gambar 3.Representasi Gambar tetapi tidak tepat dalam menggunakan aturan**

Kesalahan-kesalahan di atas menunjukkan masih lemahnya kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal yang tidak rutin. Pembelajaran biasa tentu belum cukup untuk memberikan bekal pada siswa dalam menyelesaikan soal-soal yang menuntut mereka kritis dan kreatif. Hal ini seperti yang dikemukakan oleh Hwang,dkk.(2007) bahwa siswa yang terbiasa dengan pembelajaran mendengarkan dan menyimak apa-apa yang dijelaskan oleh guru tentang materi matematika tidak akan cukup untuk dapat membangun representasi soal yang pemecahan masalah. Selain itu, siswa juga tidak mempunyai kemampuan dalam menjelaskan berbagai temuannya kepada teman-temannya.

**Manfaat Representasi Matematik dalam Pengajaran dan Pembelajaran Matematika.**

Seperti telah diungkapkan sebelumnya, representasi baik secara internal maupun secara eksternal perlu dilakukan dalam proses belajar-mengajar matematika karena dapat membantu siswa dalam mengorganisasian pikirannya, memudahkan pemahamannya, serta memfokuskannya pada hal-hal yang esensial dari masalah matematik yang dihadapinya. Selain itu, representasi juga dapat membantu siswa dalam membangun konsep atau prinsip matematik yang sedang dipelajarinya. Dengan demikian, sangat tepat jika NCTM (1989: 27) menegaskan bahwa representasi merupakan pusat pembelajaran dan penggunaan matematika.

Pendapat lain tentang perlunya representasi dikemukakan oleh Vergnaud (dalam Goldin, 2002:

207) yang memandang representasi sebagai elemen krusial dalam pengajaran dan pembelajaran teori matematika bukan hanya karena penggunaan system simbol sangat penting dalam matematika; sintaksis dan semantiknya yang kaya, bervariasi, dan universal; tetapi juga karena alasan kuat secara epistemologi yaitu matematika memainkan bagian penting dalam konseptualisasi dunia nyata. Sedangkan Sabandar (2004: 12) menganggap representasi matematik merupakan suatu ketrampilan yang harus diperhitungkan dalam proses pembelajaran dan pengajaran matematika.

**Strategi Pemahaman Konsep Yang Menekankan Representasi Matematik**

Kita telah memperoleh gambaran umum tentang berbagai hal yang berkaitan dengan pengertian masalah, proses pembelajaran pemahaman konsep matematis, rambu-rambu bagaimana membelajarkan pemahaman konsep matematis di bidang matematika, serta representasi matematika. Kita telah sampai pada suatu kesimpulan bahwa pembelajaran strategi pemahaman konsep matematis merupakan titik central dalam pembelajaran matematika, yang dimulai dari kelas rendah sekalipun. Agar diperoleh gambaran yang utuh tentang arti penting dari pembelajaran strategi pemahaman konsep matematis bagi siswa, yang merupakan fokus utama dalam pembelajaran matemática, berikut disajikan beberapa strategi pemahaman konsep matematis yang menekankan representasi matemática

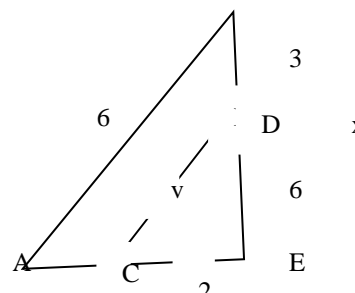
**Aplikasi Dalam Kesebangunan Bangun Datar**

Sebagai contoh, disajikan

situasi masalah sebagai berikut:  
Sebuah tangga dengan panjang 6,5 meter disandarkan pada tembok dan mencapaiketinggian 6 meter. Kaki tangga berjarak 2,5 meter dari tembok. Tangga lain disandarkan pada tembok dengan sudut kemiringan yang sama dan mencapai ketinggian 9 meter. Tentukan panjang tangga kedua dan jarak kaki tangga kedua dengan tembok.

Penyelesaian :  
Untuk menyelesaikan masalah di atas, ada empat langkah penting yang harus dilakukan, yaitu:

1. Memahami Masalahnya.  
Pada langkah ini, para pemecah masalah (siswa) harus dapat menentukan dengan jeli apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. Gambar sering membantu menggambarkan situasi yang terjadi dibanding bila kita hanya membaca masalah yang diberikan. Dengan membuat gambar hal-hal yang diketahui tidak hanya dibayangkan di dalam otak yang sangat terbatas kemampuannya, namun dapat dituangkan ke atas kertas.



2. Merencanakan Cara Penyelesaian  
Menentukan panjang tangga kedua (x) dan menentukan jarak kaki tangga kedua dengan tembok (y). Untuk membuat solusi dari situasi masalah tersebut, terlebih dahulu siswa membuat hubungan x dan y , dengan kesebangunan bangun segitiga.

3. Melaksanakan Rencana  
Berdasarkan rencana di atas, kita

dapat menggunakan kesebangunan segitiga AEB dan segitiga CED. Sehingga :

$$\frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE}$$

$$\frac{x}{6,5} = \frac{9}{6}$$

$$6x = 58,5$$

$$x = 9,75$$

Dan  $\frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE}$

$$\frac{y + 2,5}{2,5} = \frac{9}{6}$$

$$6y + 15 = 22,5$$

$$6y = 7,5$$

$$y = 1,25$$

#### 4. Melihat Kembali

Sekarang kita dapat menentukan panjang tangga kedua (x) yaitu 9,75 m dan jarak kaki tangga kedua dengan tembok (y) yaitu 1,25 m.

### KESIMPULAN DAN SARAN

Beberapa kesimpulan yang diperoleh dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

- Bentukrepresentasi yang banyak digunakan oleh siswa sangat beragam antara lain bentuk formal, tabel, deskripsi dan gambar.
- Sebagian besar siswa menyelesaikan masalah menggunakan table dan gambar, hanya sebagian kecil siswa menggunakan representasi pernyataan tertulis dan simbol.
- Hanya sebagian kecil siswa yang menemukan bentuk umum (model matematika) dari representasi yang digunakan dalam menjawab soal.
- Kelancaran dan keluwesan siswa dalam mengkonstruksi representasi sebagian besar masih kurang. Hal ini terlihat dari sedikitnya bentuk aljabar yang tersusun, serta cara yang digunakan dalam menemukan representasi sebagian besar sangat sedikit.

- Sebagai tambahan, skor kuantitatif responden dalam representasi masih dalam kategori rendah dengan kecenderungan kearah sedang.

Dari kesimpulan yang diperoleh dalam penelitian ini, maka ada beberapa rekomendasi yang kiranya perlu diperhatikan oleh praktisi di lapangan serta penelitian lanjutan, antara lain:

- Penting untuk memberikan kebebasan siswa dalam menuangkan ide mereka yang berkaitan dengan masalah matematik, sehingga mereka akan mengenal berbagai representasi suatu permasalahan.
- Pembelajaran matematika sekolah perlu memperhatikan keragaman berfikir siswa, serta siswa memahami aturan, dalil, dan rumus-rumus matematika dalam tingkat berfikirnya. Hal ini akan memberikan jembatan bagi siswa dalam mengkonstruksi dan memahami representasi suatu masalah.

### DAFTAR PUSTAKA

- Duffin, J.M.dan Simpson, A.P. (2010).A Search for understanding.*Journal of Mathematical Behavior.* 18(4): 415-427
- Goldin, G. A, (2011).Perspective on Representation in Mathematical Learning and Problem Solving.Dalam English (ed.) *Handbook of International Research in Mathematics Education* (Second Ed.). 176 – 201.
- Hwang, W.-Y., Chen, N.-S., Dung, J.-J., dan Yang, Y.-L.(2011). Multiple Representation Skills and Creativity Effects on Mathematical Problem Solving using a Multimedia Whiteboard System.*Educational*

- Technology & Society*, 10 (2): 191-212.
- Koestler, C., Felton, M. D., Bieda, K., dan Otten, S. (2013). *Connecting the NCTM Process Standards and the CCSSM Practices*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lesh, R. dan Harel, G. (2013). *Problem solving, modeling, and local conceptual development*. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2): 157–189.
- National Council of Teacher Mathematics. (2014). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. USA: NCTM.
- National Council of Teacher Mathematics. (2011). *Principles and Standards for School*. USA: NCTM.
- Orrill, C. H., Sexton, S., Lee, S. J., dan Gerde, C. (2012). *Mathematics teachers' abilities to use and make sense of drawn representations*. Paper presented at the International Conference of the Learning Science, Utrecht, Netherlands.
- Otten, S. dan De Araujo, Z. (2015). *Viral criticisms of Common Core mathematics*. *Teaching Children Mathematics*, 21(9): 517–520.
- Schoenfeld, Alan H. (2014). *Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics*. *Hanbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Editor: Douglas A. Grouws.