

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang

Secara formalis “Matematika adalah struktur abstrak yang didefinisikan secara aksioma dengan menggunakan logika simbolik dan notasi matematika” (<http://id.wikipedia.org/wiki/Matematika>). Sedangkan secara umum “matematika ditegaskan sebagai penelitian pola dari suatu struktur, perubahan dan ruang” (<http://id.wikipedia.org/wiki/Matematika>). Menurut Hasratuddin (2015: 35) menyatakan bahwa “ Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern, mempunyai peranan penting dalam berbagai disiplin dan mengembangkan daya pikir manusia”. Struktur spesifik yang diselidiki oleh matematika sering kali berasal dari ilmu pengetahuan alam termasuk didalamnya biologi, akan tetapi yang paling umum berasal dari fisika.

Peranan matematika sebagai alat dalam menyelesaikan berbagai masalah sangat penting. Permasalahan dalam berbagai bidang pada dunia nyata dapat diselesaikan dengan membuat model matematika dan mencari solusinya. Kebanyakan masalah ini dimodelkan dengan menggunakan suatu sistem persamaan diferensial, dengan waktu sebagai variabel bebas. Bidang kajian persamaan diferensial tidak hanya merupakan salah satu bagian tercantik dalam matematika, namun ia juga merupakan alat yang penting di dalam memodelkan berbagai fenomena dan masalah dalam bidang ilmu-ilmu fisika, kimia, biologi, ekonomi, dan teknik. Sebagai contoh, masalah-masalah sistem massa pegas, rangkaian induktansi resistor-kapasitor, pemuaian lempeng logam, reaksi kimia, ayunan pendulum, dan lain-lain dapat dimodelkan dalam bentuk persamaan-persamaan diferensial.

Ekstensi matematika telah memberikan dampak yang sangat besar terhadap kemajuan pengetahuan dan teknologi dari tahun ketahun. Model matematika merupakan salah satu bagian dari perkembangan tersebut. Model matematika adalah representasi matematika yang dihasilkan dari pemodelan matematika dan menjelaskan permasalahan pada dunia nyata ke dalam pernyataan

matematis. Tidak heran, jika matematika matematika dijuluki “*mathematics is a queen, but also servant of sciences*”. Salah satu kajian matematika yang banyak digunakan dalam bidang lain adalah biologi.

Ekologi merupakan cabang ilmu biologi yang mempelajari tentang interaksi antara makhluk hidup dengan lingkungannya. Interaksi yang terjadi antara individu dalam satu spesies atau interaksi antara individu dengan spesies yang berbeda terkadang saling menguntungkan bagi keduanya atau saling merugikan bagi keduanya. Jika saling menguntungkan bagi spesies yang satu sedangkan merugikan bagi spesies yang lainnya maka interaksi tersebut disebut mangsa-pemangsa.

Persamaan diferensial yang pada mulanya disebut sebagai “*persamaan turunan*” merupakan persamaan yang diperkenalkan oleh Leibniz pada tahun 1676 (Finizio dan Ladas, 1988:1). Persamaan diferensial merupakan persamaan fungsi turunan yang ada dalam permasalahan matematika. Secara defenisi, “persamaan diferensial merupakan persamaan yang menyangkut turunan dari suatu lebih variabel tak bebas”. Tingkat (orde) persamaan diferensial adalah tingkat tertinggi dari derivatif yang terdapat dalam persamaan diferensial. Derajat suatu persamaan diferensial adalah pangkat tertinggi dari derivatif tertinggi dalam persamaan diferensial.

Berdasarkan jumlah variabel bebasnya, persamaan diferensial dikelompokkan menjadi persamaan diferensial biasa (PDB) atau *Ordinary Differential Equation (ODE)* dan persamaan diferensial parsial (PDP) atau *Partial Differential Equation (PDE)*. Persamaan diferensial biasa adalah persamaan yang memuat turunan terhadap fungsi yang memuat satu variabel bebas. Persamaan diferensial biasa juga sering disingkat menjadi PDB. Persamaan diferensial biasa juga dibedakan menjadi dua, yaitu persamaan diferensial biasa linier dan persamaan diferensial nonlinier. Persamaan diferensial parsial adalah persamaan diferensial yang mempunyai lebih dari satu peubah bebas. Turunan fungsi terhadap setiap peubah bebas dilakukan secara parsial.

Klasifikasi penting persamaan diferensial adalah apakah persamaan linier atau nonlinier. Persamaan diferensial biasa  $F(t, y, y^t, K, y^{(x)}) = 0$  dikatakan

linier jika  $F$  adalah fungsi linier dari variabel  $y, y^2, K, y^{(x)}$ , definisi yang sama dapat diterapkan untuk persamaan diferensial parsial. Jadi persamaan diferensial orde- $n$  secara umum dapat ditulis sebagai:

$$a_0(t)y^{(n)} + a_1(t)y^{(x-1)} + K + a_x(t)y = F(t)$$

Dengan  $a_0, a_1, K, a_n$  dan  $F$  adalah fungsi-fungsi dari  $t$  dan  $a_0(t) \neq 0$ . Jika suatu persamaan diferensial tidak dapat ditulis dalam bentuk tersebut maka dikatakan persamaan diferensial tersebut persamaan diferensial nonlinier.

Solusi pada persamaan diferensial dibedakan menjadi dua yaitu solusi umum dan solusi khusus. Solusi umum suatu persamaan diferensial adalah yang mengandung sembarang konstan, sedangkan solusi khusus suatu persamaan diferensial adalah solusi yang dapat diperoleh dengan memberikan nilai tertentu pada sembarang konstan yang terdapat pada solusi umum.

Metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial adalah metode analitik, tetapi ada persamaan yang tidak dapat diselesaikan dengan metode analitik sehingga diperlukan adanya metode lain untuk mendekati nilai sebenarnya yaitu dengan menggunakan metode numerik. Metode numerik juga disebut sebagai alternatif dari metode analitik, yang merupakan metode penyelesaian persoalan matematika dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku atau lazim. Disebut demikian, karena adakalanya persoalan matematika sulit diselesaikan atau bahkan tidak dapat diselesaikan secara analitik sehingga dapat dikatakan bahwa persoalan matematika tersebut tidak mempunyai solusi analitik.

Penyelesaian Persamaan Diferensial (PD) secara numerik dapat menggunakan berbagai macam metode, mulai dari metode yang sederhana hingga metode yang ketelitiannya lebih tinggi. Metode sederhana yang sering digunakan yaitu metode deret Taylor. Namun pada beberapa masalah, metode tersebut dianggap tidak praktis karena tidak semua fungsi dapat dihitung turunannya dengan mudah, terutama bagi fungsi yang bentuknya rumit. Dari permasalahan tersebut, maka dibutuhkan alternatif metode numerik lainnya yang tergolong sederhana untuk menyelesaikan suatu.

Metode penyelesaian persamaan diferensial secara numerik terbagi menjadi 2, yaitu metode satu langkah dan metode banyak langkah. Metode yang

termasuk satu langkah adalah metode deret Taylor, metode Euler, metode Runge Kutta, dan metode Heun. Sedangkan metode yang termasuk banyak langkah adalah metode Adam-Bashforth-Moulton, metode Milne-Simpson dan metode Hamming.

Dari beberapa metode yang ada diharapkan menghasilkan solusi numerik yang lebih mendekati nilai kenyataannya atau dapat dikatakan memiliki ketelitian yang tinggi dan juga mudah dibuat programnya.

Dari latar belakang tersebut penulis tertarik untuk menulis skripsi dengan judul *“Penyelesaian Numerik Sistem Persamaan Diferensial Dengan Metode Heun”*.

### **B. Identifikasi Masalah**

Berdasarkan latar belakang di atas, maka identifikasi masalah dalam penulisan ini adalah:

1. Peranan matematika sebagai alat menyelesaikan masalah.
2. Persamaan diferensial menjadi model dalam berbagai bidang dunia nyata.
3. Penentuan galat persamaan diferensial biasa orde 1 dengan metode numerik.

### **C. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang diatas, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah bagaimana menentukan galat persamaan diferensial biasa orde 1 dengan metode numerik?.

### **D. Batasan Masalah**

Berdasarkan identifikasi masalah, maka batasan masalah dalam penelitian ini adalah penentuan galat persamaan diferensial biasa orde 1 dengan metode numerik.

### **E. Tujuan Penulisan**

Tujuan dari penulisan ini adalah untuk mengetahui penentuan galat persamaan diferensial biasa orde 1 dengan metode numerik.

## **F. Manfaat Penulisan**

Penulisan skripsi ini bermanfaat bagi:

- a. Penulis, yaitu sebagai ilmu tambahan terutama tentang metode numerik yang sangat mendukung akademisnya.
- b. Mahasiswa Jurusan Matematika, yaitu sebagai titik awal pembahasan yang bisa dilanjutkan atau lebih dikembangkan.

## **G. Metode Penelitian**

Metode yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah metode penelitian kepustakaan. Penelitian kepustakaan merupakan suatu penelitian yang dilakukan dengan mengumpulkan data dan informasi dengan bantuan bermacam-macam material yang terdapat diruangan perpustakaan.

Dalam penelitian ini, penulis mengumpulkan informasi dari literatur atau catatan yang berhubungan dengan persamaan diferensial, dan metode numerik dalam penyelesaian persamaan diferensial biasa. Literatur-literatur atau catatan tersebut merupakan literatur utama.

## **H. Sistematika Pembahasan**

Sistematika pembahasan yang digunakan dalam pembahasan skripsi ini adalah:

- BAB I : Pendahuluan, yang terdiri dari latar belakang, identifikasi masalah, perumusan masalah, tujuan penulisan, manfaat penulisan, batasan masalah, metodologi penelitian, sistematika pembahasan.
- BAB II : Tinjauan Pustaka, yang terdiri dari diferensial, persamaan diferensial, jenis-jenis persamaan diferensial, penyelesaian persamaan diferensial, metode penyelesaian persamaan diferensial, galat.

- BAB III : Pembahasan yang terdiri dari penyelesaian persamaan diferensial dengan metode Heun, Euler, deret Taylor, Runge Kutta.
- BAB IV : Rangkuman
- BAB V : Penutup yang terdiri dari kesimpulan.

